# OPTİMİZASYON

## GİRİŞ

Her insan günlük yaşantısında bir takım kararlar vermek zorundadır. (Ne zaman kalkacağı, ne yiyeceği, ne giyeceği vb.). Yöneticiler ise sadece kişisel yaşantıları üzerine karar vermezler, aynı zamanda çalıştıkları kuruluşlar ile ilgili kararları da vermek zorundadırlar.

Karar verme; bir amaca ulaşabilmek için eldeki imkânlara göre, mümkün olabilecek çeşitli faaliyetlerden en uygun görüneni seçmektir. Tüm karar problemlerinin bir amacı olmalıdır.

Gerçek hayat problemleri, matematiksel modellerle temsil edilir ve en iyi (optimum) çözümü bulmak için modellerin çözümlemesi yapılır.

Modeller, ele alınan konuya ve amaca göre çok basit ve karmaşık şekilde olabilir.

Modeller aşağıdaki biçimde sınıflandırılmıştır:

**Fiziki modeller**: Gerçek durumun belirli bir ölçeğe göre küçültülmüş halidir. Bina maketleri, uçak ve gemi maketleri gibi. Bu modeller, araştırılacak sistemin gerçek görünümünde olurlar fakat nicel karar almada kullanılmazlar.

**Analog modeller**: Gerçek sistemin görünümünde olmayan ancak gerçek sistemi algılatan modellerdir. Haritalar, bilgisayar akış diyagramları, yönetim çizelgeleri gibi, network(şebeke) modelleri gibi.

**Matematiksel Modeller:** Gerçek sistemin kavram, şekil ve matematiksel ifadelerle gösterimidir.

Nicel karar vermede veya yöneylem araştırmasında daha çok matematiksel modeller kullanılır.(Öztürk, A., 2011).

Problem çözümlerinde modellerle çalışmak çok daha hızlı ve çok daha düşük maliyetlidir.

Örneğin bir uçak üretici firma, yeni bir uçak üretimine geçmeden önce düşüncedeki tasarımların ne kadar işlevsel olduğunu model uçaklarla dener. Çünkü model uçakların yapımı daha hızlı ve daha ucuzdur. Tasarım hatalarının model uçakta oluşması, ticari amaçlı uçaklarda oluşmasından çok daha düşük maliyetli olacaktır.(Erdem, İ., 2017).

## CİRO VE KAR MODELLERİ

Finansal planlama, üretim planlaması, satış kotaları ve diğer karar verme alanlarında maliyet, ciro ve kar modellerinin kullanılması yararlıdır.

### Maliyet ve miktar modelleri

Üretim maliyeti, üretim miktarının bir fonksiyonudur. Üretim maliyeti genelde, sabit maliyet ile değişken maliyetin toplamı olarak yazılabilir.

Sabit maliyet, üretilecek miktardan bağımsız olarak değişmez kalan bir maliyettir. Değişken maliyet ise üretilecek miktara bağlı olarak oluşan maliyettir.

Örneğin bir A ürününü üretmek için gerekli altyapı hazırlıkları için oluşacak maliyet 3000 TL ve A'nın bir biriminin üretim maliyeti 2 TL olsun. Bu durumda A'dan üretilecek $x$ birimin toplam üretim maliyetine $C(x)$ dersek;

$$C(x) = 3000 + 2x$$

şeklinde yazılabilir.

***Marjinal maliyet***

Üretim miktarının 1 birim artırılması halinde toplam maliyetteki değişim miktarı olarak tanımlanır.

Örneğin $C(x) = 3000 + 2x$ ise, bu maliyet modelinde marjinal maliyet 2 TL dir.

### Ciro ve miktar modelleri

Bir birimin satış fiyatı $p$ ise $x$ birimin satışından elde edilecek ciro, $R(x) = px$ şeklinde yazılabilir. Örneğin birim satış fiyatı 5 TL ise $R(x) = 5x$ olur.

### Kar ve miktar modeli

İşletmeler için en önemli karar kriterlerinden biri kardır. Eğer üretilen her bir birimin satılacağını varsayarsak.

Toplam Kar = (Toplam Ciro) – (Toplam Maliyet) olarak formüle edilebilir.

Yukarıdaki örnekler esas alınarak bir toplam kar formülü,

$P(x) = R(x) - C(x) = R(x) - (a + bx)$

biçimide elde edilir. Burada;

$P(x)$ :Toplam kar

$R(x)$ : Toplam ciro( Toplam satış geliri)

$a$ : üretimde sabit maliyet

$b$ : üretimde değişken maliyet

anlamındadır.

***<u>Başa baş Analizi (Breakeven Analysis)</u>***

Toplam maliyet = Toplam ciro

koşulunu sağlayan $x$ ve toplam maliyet değerinin belirlenmesi işlemine başa baş analizi denir.

Diğer bir ifadeyle $P(x) = 0$ şartını sağlayan $x$ değerinin bulunması, başa baş analizinin sonucudur.(Erdem, İ., 2017).

Örneğin $P(x) = 3x - 3000$ ise $P(x) = 0$ şartını sağlayan $x$ değeri, $x = 1000$ dir. Bu $x = 1000$ birim, başa baş üretim miktarıdır. Yani, $x = 1000$ birim üretilmesi halinde toplam kar sıfır olur.

Bir matematiksel ifade, problemin hedefini belirliyorsa bu ifadeye amaç fonksiyonu denir.

Matematiksel modeller gerçek durumu, semboller sistemi ve matematik ifadelerle temsil eder. Matematiksel modelleri çeşitli açılardan sınıflandırmak mümkündür:

Model değişkenlerinin yapısına göre kurulan **kesikli ve sürekli matematiksel modeller**. Poisson olasılık fonksiyonu kesikli, üstel olasılık yoğunluk fonksiyonu da sürekli matematiksel modellere örnek verilebilir. Ayrıca tamsayılı doğrusal programlama modeli de kesikli matematiksel model kapsamındadır.

Modelin zaman boyutu ile ilgili **dinamik ve statik matematiksel modeller**. Model zaman unsuru içeriyorsa dinamik model, içermiyorsa statik model denir.

Modeldeki kontrol edilemeyen değişken değerlerine ilişkin bilgi düzeylerine göre kurulan **deterministik ve olasılıklı matematiksel modeller**.(Öztürk, A., 2011).

Gerçek hayat problemleri, matematiksel modellerle temsil edilir ve en iyi (optimum) çözümü bulmak için modellerin çözümlemesi yapılır. Matematiksel modelde bulunan unsurlar aşağıda verilmiştir.

**Karar Değişkenleri:** Bir karar modelinin çözümlenmesi sürecinde değeri hesaplanacak olan karar unsurlarıdır. Örneğin bir işletmede A ve B tipinde iki farklı ürün üretilmek istenilsin. Karar değişkenleri $x_1$ ve $x_2$ sırasıyla, üretilecek olan A ve B tipindeki iki farklı ürünün üretim miktarlarını gösterirler. (Bayraktar, D., Çebi, F., 2003).

**Örnek:** Bir perakendeci, sattığı bir ürünü A ve B olarak isimlendirilen iki farklı tedarikçiden almaktadır.

$x$ : A'dan alınan ürün miktarı, $y$ : B'den alınan ürün miktarı

olsun.

a) Perakendecinin aldığı toplam ürün miktarı ne kadardır?
b) A'dan alınan 1 birimin nakliye maliyeti 20 kuruş, B'den alınan 1 birimin nakliye maliyeti 25 kuruş ise toplam nakliye maliyeti nasıl ifade edilir?
c) Perakendecinin bu ürüne olan aylık talebi en az 5000 birim olsun. Bu durumu ifade ediniz.
d) Aylık olarak A'dan en fazla 4000 birim tedarik edebilir. Bu durumu ifade ediniz. .(Erdem, İ., 2017).

**Parametreler:** Bir modelinin davranışını etkileyen sabit katsayılardır. Doğrusal Programlama modelindeki $c_j$ , $b_i$ ve $a_{ij}$ $( i = 1,\ 2, \dots, m \ ; \ j = 1,\ 2, \dots, n )$ katsayıları parametreler olarak adlandırılırlar.

**Amaç Fonksiyonu:** Karar değişkenlerinden ve bu değişkenlerin parametrelerinden oluşan en iyi çözümün (maksimum ya da minimum) elde edilmesini sağlayanl bir fonksiyondur.

**Kısıtlar:** Bir modeldeki karar değişkenleri ya da karar değişkenleri ile parametreler arasındaki zorunlu ilişkilerin her birine "kısıt" adı verilir. Kullanılan faktör ya da hammadde miktarlarıdır.

**Sağ Taraf Sabitleri:** Mevcut kaynak miktarlarını gösteren, problemdeki kısıt denklemlerinin sağ taraflarında yer alan parametrelerdir.

Bu bilgilere bağlı olarak bir Doğrusal programlama modeli simgesel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir:

$Amaç\ Fonksiyonu$:

$$[\ \mathrm{Max}\ /\ \mathrm{Min}\ \mathrm{Z}\ ]\ \mathrm{veya}\ [\mathrm{max/min}\ \ \mathrm{f(x)}\ ]:\ \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$Kısıt\ Denklemleri$: (1)

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j\ \ (\leq, \geq, =)\ b_i \qquad , \quad i\ = 1, \dots\dots, m$$

$$x_j\ \geq\ 0 \qquad , \quad j = 1, \dots\dots\dots n$$

Burada,

$Z\ veya$ f(x) : Amaç fonksiyonu

$x_j$ : Karar değişkenleri

$c_j$ : Amaç fonksiyonundaki karar değişkenlerinin katsayıları olan sabitler

$a_{ij}$ : Kısıtların sol tarafında bulunan teknolojik katsayılar

$b_i$ : Sağ taraf sabitleri

anlamındadır.

Örneğin, Maksimizasyon amaçlı ve $2x2$ boyutlu bir DP problemi aşağıdaki gibi ifade edilir.

$Amaç\ fonksiyonu$:

$$max\ Z = c_1x_1 + c_2x_2$$

$Kısıtlayıcılar$:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b2$$
$$x_1 , x_2 \geq 0$$